Journal für Didaktik der Naturwissenschaften und der Mathematik (P/S)
Mai 2017, Vol. 1, pp. 14-19

Der Zustand „zeitgemäßer“ Schulmathematik – Exemplarisch dargestellt bei einer Wanderung mit Herrn Tur Tur durch den Kernlehrplan NRW für die Sekundarstufe II

The state of „contemporary“ mathematics education -- An exemplary discussion while perambulating through the NRW core curriculum for secondary schools with Mr. Tur Tur

Sebastian Walcher

Zusammenfasssung

Der aktuelle Kernlehrplan Mathematik für die Sekundarstufe II des Landes Nordrhein-Westfalen wird hinsichtlich Anspruch und realer Umsetzung diskutiert. Parallelen und Unterschiede zu Eigenschaften einer literarischen Figur werden herausgearbeitet.

Schlüsselwörter: Mathematische Kompetenzen, Modellierung, Michael Ende, Jim Knopf

Abstract

We discuss the current mathematics core curriculum in the German state of North Rhine – Westphalia with regard to ambition and realization. We also note parallels and discrepancies to attributes of a literary character.

Keywords: Mathematical competencies, modelling, Michael Ende, Jim Button

1 Die literarische Vorlage

Viele erinnern sich wohl an Herrn Tur Tur, den Scheinriesen, aus ihren Kindertagen: Diese Person aus Michael Endes „Jim Knopf und Lukas der Lokomotivführer“ (Ende, M. 2004) erscheint aus der Ferne betrachtet furchterregend groß, aber je mehr man sich ihm nähert, um so kleiner wird er, bis einem schließlich ein normal großer (und sehr freundlicher) Mensch gegenüber steht. Herrn Tur Tur als Metapher für den Kernlehrplan Mathematik (Sekundarstufe II) des Landes NRW (MSW-NRW, 2014) zu verwenden, wird der literarischen Vorlage nicht völlig gerecht. Im Folgenden soll dies trotzdem geschehen; mit Einschränkungen an gegebener Stelle.

2 Der Kernlehrplan aus der Ferne betrachtet

Betrachten wir zunächst einige (gemäß der üblichen Sprachregelung prozessbezogene) Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans, sozusagen aus der Ferne. Dabei lässt sich durchaus Beeindruckendes finden, wie die folgenden Zitate belegen.

Argumentieren
„Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff),
• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen,
• verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten,
• nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis),
•berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
• erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise.“ (MSW-NRW 2014, S. 20).

Wer könnte hiergegen etwas einwenden? Die Nutzung mathematischer Regeln und Sätze für Begründungen, Kenntnis und Nutzen unterschiedlicher Beweisstrategien sowie Berücksichtigung logischer Strukturen ist ein Fundament für den verständigen Umgang mit Mathematik, gerade wenn etwa ein MINT-Studium aufgenommen wird. Die eigenen Erfahrungen mit Studienanfängern der letzten Jahre deuten zwar nicht auf weite Verbreitung dieser Kompetenzen hin, aber die neuen Kernlehrpläne sind auch noch nicht lange genug in Kraft, um bereits Wirkung zu zeigen. Relevant sind sie erst für den Abiturjahrgang 2017.

Modellieren
„Mathematisieren
Die Schülerinnen und Schüler
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle,
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells,
• (…..)

Validieren
Die Schülerinnen und Schüler
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation,
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung,
• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung,
• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen.“ (MSW-NRW 2014, S. 18f.)

Der in den Kompetenzerwartungen angedeutete Modellierungskreislauf geht historisch mindestens auf Heinrich Hertz (Hertz, H. 1894) zurück. In modifizierter Form ist er vielfach in die Didaktik-Literatur eingegangen. Vom Standpunkt eines Mathematikers (mit ein wenig Erfahrung in Anwendungen) ist zu sagen, dass ein kompletter Modellierungsprozess zu realen Problemen eine der anspruchsvollsten Anforderungen auch an „fertige“ Mathematiker darstellt, weil er nicht nur breites und tiefes mathematisches Wissen und Können erfordert, sondern auch einen substantiellen Einblick in das Anwendungsgebiet. Ein solches Niveau von Schülerinnen und Schülern zu erwarten, deutet auf höchste Ansprüche hin.

Problemlösen
„Die Schülerinnen und Schüler
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege,
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern),
• (….)
• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus,
• (….)

(MSW-NRW 2014, S. 19 f.)

In diesen Kompetenzerwartungen lehnen sich die Verfasser deutlich (und sicher auch bewusst) an G. Polya (Polya, G., 1995) an. Polyas Werk richtet sich an Leser mit soliden (elementar-) mathematischen Grundkenntnissen, die sich mathematischen Herausforderungen stellen wollen. Auch für mathematisch vorgebildete Personen ist es keine Schande, an einigen der Aufgaben knobeln zu müssen. Es fällt zudem auf, dass im Kernlehrplan eine ganze Reihe heuristischer Strategien genannt wird. Schülerinnen und Schüler, die in der Lage sind, die Schlagworte zu den Strategien mit mehreren konkreten Beispielen zu illustrieren, oder gar aus dem eigenen Erfahrungsschatz gezielt Strategieansätze zu entwickeln, verfügen über bemerkenswerte mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten.
Ohne Zweifel: Die hier aufgeführten Ansprüche und Anforderungen sind riesenhaft.

3 Der Kernlehrplan aus der Nähe betrachtet

Um eine Vorstellung von der Umsetzung der vorgestellten Zielvorgaben zu erhalten, betrachten wir nun die geforderten inhaltlichen Schwerpunkte und die detaillierten Kompetenzerwartungen für den Bereich Analysis. Beginnen wir mit der Jahrgangsstufe 10 (Einführungsphase).

„Einführungsphase
Inhaltliche Schwerpunkte:
• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen
• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs
• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen.“ (MSW-NRW 2014, S. 26)

Dass hier ein eher geringer Funktionenvorrat vorgegeben wird, muss nicht a priori negativ gewertet werden (wenngleich der einsame Sinus etwas Sorgen bereitet). Man befindet sich schließlich in der 10. Klasse, und es kann ja noch mehr kommen. Auch dass Differentialrechnung nur mit Polynomen betrieben wird, kann man als Einstieg akzeptieren. Der Passus „Grundverständnis des Ableitungsbegriffs“ bei den inhaltlichen Schwerpunkten ist allerdings etwas seltsam. Sehen wir weiter, was an spezifischen Kompetenzen (unter anderem) erwartet wird.

Kompetenzerwartungen
Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen,
• beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen,
• wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter,
• berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext,
• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate,
• deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten,
• deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung,
• (….)
• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen,
• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten,
• nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion,
• (….)
• lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel,
• (….)
• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen.“
(MSW-NRW 2014, S. 26 f.)

Das Bemerkenswerteste hier ist wohl die „Nennkompetenz“ bei der Ableitungsfunktion der Sinusfunktion. (Von „nutzen“ ist, im Gegensatz zur vorangehenden Kompetenzerwartung, nicht die Rede. Andererseits besteht vielleicht die Leistung darin, eine vorher nicht bekannte Funktion zu nennen.) Es fällt auf, dass zahlreiche „weiche“ Anforderungen gestellt werden („deuten die Tangente“, „deuten die Ableitung“, „begründen… mit Hilfe der Graphen“, „verwenden am Graphen…. ablesbare Eigenschaften“). Dabei ist weniger die Existenz solcher Anforderungen problematisch als das große Gewicht, mit dem sie vertreten sind. Auffällig ist auch die Wiederholung von nahe verwandten Erwartungen („erläutern qualitativ (….) den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate“, „deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten“), wobei sich – hier und anderswo - überdies die Frage stellt, ob die Kompetenz etwa nur darin besteht, Vorgaben zu reproduzieren. „Harte“ Anforderungen (wie die Fähigkeit, nichttriviale Rechnungen auszuführen) sind kaum zu finden: Es wird von den Schülerinnen und Schülern erwartet, dass sie Polynomfunktionen differenzieren können, und sie müssen mit einigen einfachen Typen von Kompositionen umgehen können. (Die auch geforderte „Berechnung“ lokaler Änderungsraten beschränkt sich mangels eines entsprechenden Fundus notwendigerweise auf einige wenige Funktionen.) Interessant ist auch folgende Passage: „… lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen…“ Dies ist weniger eine Kompetenzerwartung als eine Kompetenzerwartungsrestriktion. Wenig überraschend ist, dass „Interpretation im Kontext“ gefordert wird; in der Praxis lässt sich diese Kompetenz aber erfahrungsgemäß auf das Abrufen weniger (leicht zu memorierender) Floskeln reduzieren. Man mag einwenden, dass die Kompetenzerwartungen eben verstärkten Wert auf Begrifflichkeiten und Argumentation legen, aber ohne einen entsprechenden Vorrat an Beispielen und mathematischen Kontexten ist dies wenig gehaltvoll. Von den ambitionierten Zielen aus der Fernansicht in den Bereichen „Mathematisches Argumentieren“ oder „Problemlösen“ ist kaum etwas übrig geblieben.

Aber die Einführungsphase ist ja noch für alle verbindlich, und tiefergehendes Wissen und Können sollte vielleicht den Leistungskursen vorbehalten bleiben. Gehen wir also weiter zu den Jahrgangsstufen 11 und 12, wobei wir nur den Leistungskurs ins Auge nehmen.

„Qualifikationsphase
Inhaltliche Schwerpunkte:
• Funktionen als mathematische Modelle
• Fortführung der Differentialrechnung
• Grundverständnis des Integralbegriffs
• Integralrechnung.“
(MSW-NRW 2014, S. 30.)

Hier ist anzuerkennen, dass der Lehrplan Überraschungen bereit hält: „Funktionen als mathematische Modelle“ ist eine durchaus originelle Sprachschöpfung. Gut ist sie jedoch nicht: Die Exponentialfunktion (um ein Beispiel herauszugreifen) findet zwar im Rahmen der Modellierung vieler Vorgänge etwa in der Physik Verwendung, aber das macht sie nicht selbst zum Modell. Vielleicht musste das Wort „Modell“ einfach mal auch bei den inhaltlichen Schwerpunkten auftauchen. Aber sehen wir weiter:
„Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler
• (….)
• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten,
• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung,
• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen,
• (….)
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten, natürliche Exponentialfunktion, Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis, natürliche Logarithmusfunktion,
• (…..)
• wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an,
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion,
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion,
• verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum,
• interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,
• (….)
• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs,
• erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion,
• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,
• (….)
• begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs,
• bestimmen Integrale numerisch und mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen,
• (….).“
(Siehe MSW-NRW 2014, S.30 f.)

Es ist instruktiv, sich die hier nicht vorhandenen Themen und Anforderungen bewusst zu machen: Produkt- und Kettenregel sind immerhin explizit genannt, nach der Quotientenregel sucht man vergeblich. Deshalb ist auch eine sachgerechte Diskussion des „begrenzten Wachstums“ (Verhulst-Modell) unmöglich. Der sehr überschaubare Funktionenvorrat aus der Jahrgangsstufe 10 wird kaum erweitert; im Grunde kommt nur der natürliche Logarithmus hinzu. Als Standardanwendung der Differentialrechnung wird die Bestimmung von Extremwerten genannt, ebenso werden Wendepunkte und Krümmungsverhalten erwähnt. Ob die Monotoniekriterien bewusst ausgelassen wurden, oder ob Monotonie weiter – wie in der Einführungsphase – nur anhand des Graphen der Ableitungsfunktion diskutiert werden soll, erscheint nicht ganz klar. Was unter „beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion“ zu verstehen ist, erscheint ebenfalls diffus. Es ist von „beschreiben“ statt etwa von „nutzen“ die Rede; ob z.B. die Funktionalgleichung zu den beschreibenswerten Eigenschaften zählt, ist unklar; und natürlich lädt eine Kompetenzerwartung wie „beschreiben“ dazu ein, handfeste Mathematikaufgaben durch Narratives zu ersetzen. (Um nur anzudeuten, dass Handfestes durchaus im Bereich des

Möglichen wäre, wobei als Bonus auch noch Modellierungskontext hinzu käme: Die Frage, wo eine Kettenlinie eine bestimmte Höhe erreicht, führt dank der Funktionalgleichung der Exponentialfunktion nach etwas Umformen auf eine quadratische Gleichung.) Allerdings findet sich im selben Unterpunkt eine starke Anforderung in Sachen Argumentationsfähigkeit: „.…begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion“. Wie diese Begründung (auf welcher Stufe der Strenge auch immer) unter Berücksichtigung der Vorkenntnisse aussehen soll, ist ein Rätsel. Bei der Integration sieht es nicht besser aus. „Produktsummen als Rekonstruktion des Gesamtbestandes“ sind bestenfalls als Approximation brauchbar, geeignete Beispiele für den „Übergang von der Produktsumme zum Integral“ kaum vorhanden: Dazu müsste etwas über Folgen bekannt sein, propädeutischer Grenzwertbegriff hin oder her. Stammfunktionen brauchen nur noch von ganzrationalen Funktionen gebildet zu werden. Dazu kommen wohl noch Einzelfälle wie die Exponentialfunktion; aber ob sich etwa das Finden einer Stammfunktion von x -> exp (ax) noch im Rahmen des Zulässigen bewegt, ist unsicher. Die Kompetenzerwartungen zu Bereich Integration beinhalten viel Gerede und fast gar kein Rechnen mehr: Integrale sollen „mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen“ bestimmt werden.

Kommen wir zurück zur Metapher mit Herrn Tur Tur: So wie dieser beim Näherkommen kleiner wird, so sind die riesenhaften Erwartungen der Kernlehrpläne bei näherem Hinsehen deutlich geschrumpft. Anders als bei Herrn Tut Tur sind überdies bei den Kernlehrplänen manche Teile ganz verschwunden (man rufe sich beispielsweise nochmal den Punkt „Modellieren“ in Erinnerung).

4 Es geht noch kleiner

Um den Grad der Schrumpfung konkreter einzuschätzen und vor allem den zusätzlichen Schrumpfeffekt gegenüber den in den vergangenen Jahren üblichen Standards zu verdeutlichen, sehen wir noch etwas genauer hin. Wir zitieren zu diesem Zweck aus den Vorgaben des MSW NRW „zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2016“ (MSW-NRW 2016). Diese Vorgaben sind notabene noch nicht mit den neuen Kernlehrplänen kompatibel; wieder wird nur der Leistungskurs betrachtet.

„Analysis
Fortführung der Differentialrechnung
(….)
Schwerpunkte für den Leistungskurs:
• Untersuchung von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich Funktionenscharen sowie Logarithmusfunktionen in Sachzusammenhängen, notwendige Ableitungsregeln (Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel)

Integralrechung
(….)
Schwerpunkte für den Leistungskurs:
•Untersuchung von Wirkungen (Integral der Änderungsrate)
• Integrationsregeln (partielle Integration, Substitution)
• Flächenberechnung durch Integration“

Ab 2017 sieht es im Gefolge der neuen Kernlehrpläne anders aus (siehe MSW-NRW 2017) und die identischen Vorgaben für 2018 und 2019. Wir zitieren komplett:

„Funktionen und Analysis
• Funktionen als mathematische Modelle
• Fortführung der Differentialrechnung
- Behandlung von ganzrationalen Funktionen, natürlicher Exponential- und Logarithmusfunktion und deren Verknüpfungen bzw. Verkettungen mit Untersuchung von Eigenschaften in Abhängigkeit von Parametern
- Notwendige Ableitungsregeln (Produkt-, Kettenregel)
• Grundverständnis des Integralbegriffs
• Integralrechnung“

Diskrepanzen zu 2016 fallen unmittelbar auf: Die Quotientenregel ist nicht würdig, auch unter die „notwendigen Ableitungsregeln“ aufgenommen zu werden. (Der Fairness halber: In den zentralen Abituraufgaben der Jahre bis 2016 sucht man auch vergeblich nach einer Realisierung dieser Anforderung, vielleicht mangels dafür passender Funktionen.) Weiter werden partielle Integration und Substitution in den Vorgaben 2016 explizit genannt (und kommen in Abituraufgaben wirklich vor); ab 2017 bleibt als trauriger Rest ein „Grundverständnis des Integralbegriffs“ sowie eine nicht näher spezifizierte „Integralrechnung". (Ob dies z.B. die Summenregel noch beinhaltet, muss die Zukunft erweisen.) Aber diese offensichtlichen Kürzungen und Streichungen werden ja durch einen neuen Schwerpunkt ausgeglichen: „Funktionen als mathematische Modelle". Die Auswirkungen dieser revolutionären Neudeutung des Funktionsbegriffs dürfen mit Spannung erwartet werden.

Damit kommen wir zum zweiten Aspekt, welcher die Metapher mit Herrn Tur Tur fragwürdig macht: Herr Tur Tur war aus der Nähe betrachtet normal groß, die Kernlehrpläne aber schrumpfen immer weiter, je näher man hinsieht. Vielleicht wäre stattdessen ein Vergleich mit Scott Carey besser gewesen. Mr. Carey ist die Hauptfigur aus einem alten Science-Fiction-Film namens „The Incredible Shrinking Man".

5 Coda

„Ich bin zuversichtlich, dass wir mit dem vorliegenden Kernlehrplan (….) die kompetenzorientierte Standardsetzung in Nordrhein-Westfalen stärken und sichern werden." (Sylvia Löhrmann, Ministerin des Landes NRW für Schule und Weiterbildung, im Vorwort von MSW-NRW 2014.)

Das ist wohl nicht zu bezweifeln. Allerdings ist dies keine gute Nachricht für Schülerinnen und Schüler, die nach der Schule auf solides mathematisches Wissen und Können angewiesen sind.

5 Literatur

Literatur

Ende, M. (2004) Jim Knopf und Lukas der Lokomotivführer. Thienemann Verlag, Stuttgart

Hertz, H. (1894) Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt, Leipzig

Polya, G. (1995) Schule des Denkens: Vom Lösen mathematischer Probleme. Verlag A. Francke, Tübingen

Internet

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSW-NRW 2014) Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium / Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik. URL: http://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GOSt_Mathematik.pdf , 15.04.2017

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSW-NRW 2017) Zentralabitur 2017 – Mathematik. Download über URL: https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentralabitur-gost/faecher/fach.php, 15.04.2017

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSW-NRW 2016) Vorgaben zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2016. Download über URL: https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentralabitur-gost/faecher/fach.php, 15.04.2017

Kontakt

Sebastian Walcher
Lehrstuhl A für Mathematik
RWTH Aachen
52056 Aachen

walcher@matha.rwth-aachen.de

Eingegangen: 01. Februar 2017 / Angenommen: 15. April 2017 / Online publiziert: 24. Mai 2017
Gesellschaft für Didaktik der Naturwissenschaften und der Mathematik (GdNM)